Эффект взаимного наложения сигналов приводит к тому, что часть энергии, относящаяся к одному конкретному тактовому интервалу, в действительности поступит на приёмник во время передачи какого-либо соседнего такта.

Существенным отличием в эффектах несоответствия номеров передаваемого и принимаемого битов (в первом и последнем выделенном пункте) является то, что физической причиной первого в основном является недостаточная точность синхронизации сетевых узлов, в то время как второго - объективные физические оптические явления в оптоволоконной линии независимо от информационного обслуживания сети. Как в [13], так и в [32] показано, что взаимные помехи между символами (взаимодействие сигналов, передаваемых в различные тактовые интервалы) появляются в системе передачи с узкой полосой пропускания. Если полоса пропускания оптических компонентов сегодня позволяет передавать практически любой реальный импульсный сигнал (с регламентированной действующими стандартами скоростью), то в отношении электронных устройств (расположенных как в узлах связи, так и на линейных сооружениях) необходимо учитывать возможные ограничения и искажения по причине «срезания» верхних и нижних частот в спектре импульсного сигнала [8, 32] с последующим появлением межсимвольных поmex.

Тот неизбежный факт, что форма принятого импульсного сигнала отличается от переданной, приводит к *штрафу за шум* [13]: необходимости использования неоптимальной фильтрации для коррекции искажений и минимизации межсимвольных помех, и к снижению отношения «сигнал/шум», что в конечном итоге приводит к росту вероятности ошибочного считывания двоичных разрядов. Ниже кратко представлены основные физические и математические модели перечисленных причин искажений и помех цифрового сигнала в ВОСП.

Первая и наиболее ощутимая причина искажений - неустойчивость синхронизации. Любые изменения в тактовой частоте синхронизации, которые влияют на момент поступления сигнала и на начало его стробирования (считывания), в решающем устройстве приводят как к уменьшению отношения «сигнал/шум», увеличению фазовых дрожаний, так и к проскальзываниям [17, 28, 29]. Последние особенно опасны, так как могут приводить к нарушению цикловой синхронизации [9, 25] с последующим «взрывом ошибок». Чем у́же импульс, тем серьезнее последствия, вызываемые ошибками синхронизации. Принципы обеспечения синхронизации в ВОСП, а также многие другие аспекты в данной области представлены в гл. 2. Там же рассмотрены причины снижения точности синхронизации и последствия, к которым они приводят.

Изменение уровня мощности излучения происходит из-за наличия шумов электронных схем устройств, в том числе шумов лазера, а также из-за оптических дестабилизирующих факторов в линейном тракте. Шум электронных схем обусловлен как тепловыми и дробовыми явлениями в полупроводниковых компонентах (внутренние эффекты, возникают под действием протекающих зарядов [13, 34, 35] и др.), так и связан с их старением, влиянием внешних возмущений: электромагнитных, статических полей, вибрации, акустического шума и прочее. Уровень последнего зависит от режима эксплуатации и в немалой степени – от помехозащищённости устройства: конструкции корпуса, заземления, наличия ряда других подобных мероприятий. Хотя современные устройства телекоммуникаций имеют неплохую помехозащищённость, тем не менее определённые режимы и условия эксплуатации приводят как к частичной потере работоспособности, так и выходу из строя компонентов устройств, что, безусловно, отражается на качестве работы ВОСП в целом. В [21] и [22] кратко обобщены примеры их эксплуатации, подтверждающие последнее.

Математическое моделирование внешних воздействий, оказывающих влияние на устройства телекоммуникаций, имеет смысл проводить к рассматриваемому (конкретно) изучаемому сетевому сегменту. Только в таком случае результат моделирования будет реально применим на практике. В гл. 3 подробно рассматривается обобщённый метод математического моделирования процесса работы многоканальных устройств связи, а в гл. 5 представлен базовый алгоритм статистического моделирования процесса работы ВОСП с учётом неидеальности устройств, рассмотрен пример нахождения функций времени для ряда значимых внешних влияющих факторов применительно к рассматриваемому сегменту сети.

Математическое описание тепловых и дробовых шумов электронных устройств достаточно подробно представлено в литературе, в том числе в [13, 34, 35]. Там же показано, что случайное значение выходной величины (напряжения, мощности), изменяющейся под действием дробового шума, скорее всего будет подчиняться закону Пуассона для плотности распределения её вероятности [36, 37]. Алекватное описание теплового шума устройств основывается на использовании закона Гаусса [36, 37] для плотности распределения её вероятности. В связи со значительным превышением мощности реальных сигналов в ВОСП над квантовым пределом детектирования [13], что обусловлено требованием надёжности передачи, действие дробового шума существенно меньше, чем действие теплового. По этой причине для подавляющего большинства случаев справедливо моделировать действие внутренних шумов нормальным законом распределения (НРЗ), а результата влияния внешних воздействий, как упоминалось выше, представлять согласно реальной практике эксплуатации того или иного сегмента сети. Для оценки возможности пренебрежения действием дробового шума в Приложении **D** представлен пример расчёта квантового предела детектирования при приёме цифрового сигнала.

Шум лазера, проявляющийся в виде случайных флуктуаций мощности сигнала на его выходе, также связан с дробовыми и тепловыми эффектами. В [13, 34, 38] показано, что дробовой шум имеет место в случае низких выходных мощностей или работы вблизи порогового тока (в области перехода в режим когерентного излучения, см. также [1, 3, 19]). Такой режим может реализоваться при передаче логического нуля (в коде NRZ, [18]), или низкого уровня оптической мощности, имеющего место при двухуровневом алфавите в ВОСП для любого линейного кода. С увеличением тока накачки всё более заметными оказываются тепловые шумы, описываемые так же, как и в электронике, Гауссовым законом распределения. Кроме перечисленных факторов, полупроводниковые лазеры обладают негативным эффектом «лазерного звона» [38]. Последний заключается в появлении выраженных затухающих колебаний оптической мощности на выходе лазера при импульсном перепаде питающего тока накачки. Хотя выпускаемые современные модели лазеров неплохо отработаны в сторону снижения таких релаксационных колебаний, тем не менее перечисленный эффект до конца устранить невозможно. Он объясняется конечным временем насыщения активной лазерной среды [39], связанного с «наполнением» лазерного интерферометра Фабри-Перо световой энергией при генерации заданного уровня оптической мощности, конечным временем жизни электронов на метастабильном уровне, и т.д. Значительный по длительности и амплитуде лазерный звон полупроводниковых лазеров на начальном этапе становления ВОСП объяснял использование кода NRZ в оптической линии [13]. Код NRZ отличается от широко используемого сегодня в ВОСП линейного кода HDB3 в отношении перечисленного физического эффекта уменьшенным (в два раза) количеством перепадов оптической мощности с верхнего уровня на нижний (и наоборот) при передаче цифрового сигнала. Кодирование в NRZ производится по уровню оптической мощности, а не по виду перехода, как в HDB3 (перепад с нижнего на верхний – логическая единица, с верхнего на нижний – логический ноль с возвратом в какое-либо изначальное состояние). В гл. 4 при рассмотрении оптических компонентов и физических эффектов в ВОСП уделено внимание оценке влияния лазерного звона. в том числе при прохождении такого искажённого сигнала через многолучевые интерференционные устройства.

Одним из принципов работы полупроводниковых лазеров, приводящих к искажениям в ВОСП, является зависимость между значением амплитуды тока накачки (в произвольный момент времени) и значением длины волны излучения, так называемый chirp-эффект [40]. Так, при переходе оптической мощности излучения с низкого уровня на верхний меняется также и длина волны излучения λ , в первом приближении по линейному закону

$$\lambda(t) \cong a + b \cdot t, \tag{1.4}$$

где *а* и *b* - коэффициенты. Хотя диапазон изменения длины волны $\Delta\lambda$ остаётся небольшим при перепадах оптической мощности ΔP в пределах 1 мВт, тем не менее с учётом высокой скорости передачи, когерентности излучения и малого значения ширины волнового канала (для DWDM-сетей) имеющая место зависимость $\lambda = \lambda(P)$ может оказывать негативное влияние на качество передачи. Последнее особенно заметно проявляется при возникновении многолучевой интерференции в ВОСП (подробно см. гл. 4). Ниже представлены причины появления межсимвольных помех [32], имеющих место в электронных устройствах. Известно, что элементарные посылки цифрового сигнала, как и любого другого импульсного сигнала, ограниченного во времени, имеют бесконечный по частоте энергетический спектр [8]. При этом искажения, имеющие место при передаче низкочастотной составляющей спектра, рис. 1.2, связаны с влиянием линейных трансформаторов и последовательных разделительных емкостей в усилительных каскадах регенератора, т.е. являются ограничениями снизу. Аналогично, уменьшение усиления в регенераторах и увеличение затухания электрических цепей с ростом частоты приводят к ограничению полосы частот цифрового сигнала сверху, рис. 1.3.



Рис. 1.2. Влияние ограничения полосы частот снизу на форму цифрового сигнала

Простейшая эквивалентная схема, имитирующая ограничение полосы частот снизу, может быть представлена в виде дифференцирующей RL-цепи рис. 1.2, *а*. Напряжение на выходе $U_{\text{вых}}(t)$ четырехполюсника будет пропорционально производной от напряжения на входе $U_{\rm ex}(t)$, как показано на рис. 1.2, б. Ослабление низкочастотных составляющих цифрового сигнала приводит к появлению выбросов в принимаемом импульсном сигнале. Причем полярность выброса противоположна полярности передаваемых символов цифрового сигнала и спад выброса затягивается на последующие тактовые интервалы, вызывая межсимвольные помехи. Причина ограничения полосы частот сверху может быть пояснена на интегрирующей RC-цепи (рис. 1.3, а). Напряжение на выходе $U_{\text{вых}}(t)$ такой цепи пропорционально интегралу от напряжения на входе $U_{\text{вx}}(t)$ и имеет вид, показанный на рис. 1.3, б. Чем длиннее путь, проходимый электрическим сигналом, тем меньше амплитуда сигнала на его выходе $U_{\text{вых}}(t)$ и тем резче выражено явление увеличения длительности выходных импульсов. При значительном ограничении полосы частот сверху передаваемые импульсные посылки настолько увеличиваются по длительности, что не успевают закончиться к моменту прихода следующего импульса или пробела. Это приводит к наложению принимаемых импульсных сигналов, особенно сильно ощущаемому для соседних символов цифрового потока.



Рис. 1.3. Влияние ограничения полосы частот сверху на форму цифрового сигнала

Таким образом, ограничение полосы частот снизу и сверху в электронных устройствах приводит к искажению формы передаваемых цифровых сигналов, которое является причиной появления межсимвольных помех. Уменьшить межсимвольные помехи можно за счет применения линейных кодов [32] и корректирующих усилителей в регенераторах [13, 32].

Основные оптические аспекты искажений связаны с затуханием, дисперсией, модовым шумом и помехами из-за интерференции и отражений. Действие последних двух эффектов представлено в гл. 4, поэтому здесь на них останавливаться не будем.

Затухание оптического сигнала связано с рэлеевскими потерями, рассеянием на неоднородностях, примесях, дефектах, местах напряжений (деформаций), появляющихся при изгибах кабеля, и т.д. Более детально физические причины затухания рассматриваются в [1, 19, 39]. Затухание волоконнооптической линии передачи (ВОЛП) нормируется стандартами, в частности [41, 42], его значение заносится в технический паспорт при сдаче сегмента в эксплуатацию (обозн. α , [дБ/км]), существуют также доступные методики и средства измерений данного параметра. Так как значение затухания мало меняется в процессе нормальной эксплуатации (в отсутствие разрыва оптоволокна), кроме того, оно не связано со случайным характером изменения сигналов и действия возможных внешних возмущений, то оно практически не оказывает влияния на качество и надёжность передачи, если не выходит за установленные НТД значения.

Дисперсия в волоконно-оптической технике, действие которой заключается в изменении длительности оптического импульса, и по-разному проявляющаяся в различных оптических устройствах (зависит от геометрии, количества направляемых мод, типа прозрачного материала, скорости изменения оптической мощности в световоде и т.д.), представляет гораздо более значимый негативный фактор, приводящий к ухудшению качества передачи и ограничивающий технические возможности оптической линии, чем затухание.

Влияние дисперсионных эффектов на импульсный сигнал существенно зависит от количества устойчиво распространяющихся мод или нормированной частоты, которая для световода с радиусом сердцевины *r* и числовой апертурой *NA* равна [38]

$$V = 2\pi \cdot r \cdot NA/\lambda. \tag{1.5}$$

Критерий распространения одной моды для каждого независимого состояния поляризации по [38] определяется: V < 2,405; с ростом V количество мод начинает резко расти.

Дисперсионные эффекты приводят к расплыванию (уширению длительности) информационных импульсов на величину: $\tau(L) = \sqrt{t_{out}^2 - t_{in}^2}$ после прохождения сигналом оптоволоконного сегмента длины L. Здесь t_{out} и t_{in} – длительности выходного и входного импульсов соответственно. При большом уширении импульсы перекрываются, так что становится невозможным их выделение при приеме, также возникает межсимвольная интерференция. Дисперсия в общем случае характеризуется следующими основными факторами:

 различием скоростей распространения направляемых мод (межмодовой дисперсией, характеризующейся т_{mod}), имеет место в многомодовых направляющих структурах.

Для ступенчатой многомодовой структуры справедливо следующее [1]:

$$\tau_{mod}(L) \cdot L = \begin{cases} \frac{n_{cep}\Delta_{fb}}{c} \cdot L, & L < L_{cat}; \\ \\ \frac{n_{cep}\Delta_{fb}}{c} \cdot \sqrt{L \cdot L_{cat}}, & L > L_{cat} \end{cases},$$
(1.6)

где L_{cat} - длина межмодовой связи (для ступенчатого волокна порядка 5 км, для градиентного - порядка 10 км, согласно [19]). Величина L_{cat} характеризует переход оптической энергии из одной моды полностью в другую, и наоборот. Величина Δ_{fib} – нормируемый для световодов параметр, равный [1]

$$\Delta_{fib} = \left(n_{\rm cep}^2 - n_{\rm of}^2\right) / 2n_{\rm cep}^2 .$$
(1.7)

Здесь n_{cep} и n_{o5} – коэффициенты преломления сердцевины и оболочки световода соответственно, c – скорость света в вакууме. В случае многомодовой градиентной структуры вид зависимости (1.6) остаётся справедливым в отношении эффективного значения $\hat{\Delta}_{rb}$, причём для параболического профиля

справедливо: $\hat{\Delta}_{fib} = \frac{\Delta_{fib}^2}{2}$, где Δ_{fib} соответствует выражению (1.7). При прове-

дении практических расчётов пользуются термином полосы пропускания той или иной оптоволоконной направляющей структуры: $W \cong 0,44 / \tau$, значения которой измеряются в [МГц·км]. Видно, что дисперсия накладывает ограничения на дальность передачи и верхнюю частоту передаваемых сигналов. Физический смысл W - максимальная частота (частота модуляции) передаваемого сигнала при длине линии в 1 км.

 Различием условий распространения мод, именуемых хроматической дисперсией: свойствами оптического материала (материальной дисперсией τ_{mat}), обусловленной зависимостью показателя преломления сердцевины волокна от длины волны. Для одномодового волокна имеет место следующее [1, 19]:

$$\tau_{mal}(\Delta\lambda, L) = \Delta\lambda \cdot L \cdot \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2 n_{eep}}{d\lambda^2} = \Delta\lambda \cdot L \cdot \widetilde{M}_d(\lambda) \cdot$$
(1.8)

 направляющими свойствами световодной структуры (волноводной дисперсией т_w), обусловленной зависимостью коэффициента распространения моды (способностью к установлению определённой моды в данной направляющей структуре) от длины волны [1]:

$$\tau_{w}(\Delta\lambda, L) = \Delta\lambda \cdot L \cdot \frac{2n^{2}_{eep}}{c\lambda^{2}} = \Delta\lambda \cdot L \cdot \widetilde{N}_{d}(\lambda), \qquad (1.9)$$

где введены коэффициенты $\widetilde{M}_d(\lambda)$ и $\widetilde{N}_d(\lambda)$ - удельные материальная и волноводная дисперсии соответственно [19], а $\Delta\lambda$ [нм] - уширение длины волны излучения, которое имеет место по ряду физических причин: конечной когерентности источника излучения, из-за действия нелинейных оптических эффектов, и т.д. Результирующее значение коэффициента удельной хроматической дисперсии определяется как $\widetilde{Z}_d(\lambda) = \widetilde{M}_d(\lambda) + \widetilde{N}_d(\lambda)$ с размерностью [пс/(нм·км)]. Суммарное влияние дисперсии определяется через соотношение

$$\tau^{2} = \tau^{2}_{mod} + (\tau_{mat} + \tau_{W})^{2}. \tag{1.10}$$

Если коэффициент волноводной дисперсии всегда больше нуля, то коэффициент материальной дисперсии может быть как положительным, так и отрицательным. И при определенной длине волны (примерно 1310 ± 10 нм для ступенчатого одномодового волокна [19]) происходит взаимная компенсация величин $\tilde{M}_d(\lambda)$ и $\tilde{N}_d(\lambda)$ и результирующая дисперсия $\tilde{Z}_d(\lambda)$ обращается в ноль. Фирмой Corning разработан метод оценки удельной дисперсии $\tilde{Z}_d(\lambda)$. В случае нециркулярности (овальности) профиля сердцевины волноводной структуры в соотношение (1.10) добавляется слагаемое τ_{pmd}^2 , характеризующее поляризационную модовую дисперсию, связанную с различием условий распространения мод перпендикулярных поляризаций.

Известно, что сегодня при построении и модернизации ВОСП используют одномодовые волоконные световоды, в которых существенно снижена межмодовая дисперсия ввиду наличия только двух основных поддерживаемых мод взаимно перпендикулярных поляризаций (нулевого порядка [43]), а также возможных несимметричных мод высшего порядка, волновой вектор которых не пересекает ось световода (распространяется как бы по спирали вокруг оси световода). Последние возникают в случае выполнения ряда условий [43], в частности, наличия длинного прямолинейного протяжённого участка ВОЛП, что на практике реализуется достаточно редко. Тем не менее методики расчета дисперсии в многомодовых направляющих структурах представляют технический интерес по причине наличия пассивных и активных компонентов ВОЛП, которые, с одной стороны, как правило, являются многомодовыми структурами, с другой стороны, без них не обходится практически ни одна оптоволоконная линия. Более того, роль таких компонентов, а именно: разветвителей, оптических устройств маршрутизации, управления, WDM-мультиплексоров, и т.д. всё более возрастает с переходом к полностью оптическим системам телекоммуникаций (AON – All Optical Networks), претендующих на роль главенствующих технологий будущего. В основу большинства таких устройств заложены интерференционные принципы управления, что приводит к значительной эффективной оптической длине распространения сигнала в них – из-за большого количества переотражений. Следовательно, такие устройства являются источниками межмодовой дисперсии в ВОЛП.

Выражениями (1.6) ... (1.10) представлена универсальная базовая методика оценки дисперсионного уширения оптического импульса в световодах и оптических направляющих структурах. Универсальность обусловлена использованием таких физических параметров, как $\tilde{M}_d(\lambda)$ и $\tilde{N}_d(\lambda)$, которые по своему функциональному виду могут значительно меняться от одного типа направляющей структуры к другому её типу. Более глубокие методики расчёта дисперсионного уширения импульсов (с учётом их формы, мощности и т.д.) являются весьма громоздкими и редко применяются на практике. Некоторые из них неплохо представлены в [44].

Наличие в оптоволоконной системе нескольких устойчиво направляемых мод приводит к такому явлению, как *модовый шум* [13, 43, 44]. Последний при своём появлении заметно снижает качество передачи прежде всего потому, что представляет собой мультипликативную помеху, зависящую от свойств передаваемого оптического сигнала. Рассмотрим физическую причину появления модового шума.

Когерентное излучение лазера возбуждает в направляющей оптоволоконной структуре ряд устойчиво распространяющихся мод. Как упоминалось выше, под направляющей структурой понимается не только световод, но также и оптоволоконные устройства управления. Пока сохраняется относительная когерентность мод [39], наблюдаемая на выходе такого устройства (или волокна) картина излучения принимает вид известной спеклструктуры, которая является результатом конструктивной и деструктивной интерференции. Действие межмодовой дисперсии (при значительной эффективной оптической длине, проходимой излучением в направляющей структуре) смазывает спекл-структуру, после прохождения длины когерентности спекл-структура пропадает вовсе, излучение перестаёт быть когерентным. Однако последнее противоречит принципу необходимости в установлении интерференционной картины (ИК) в устройствах, зачастую использующихся на ВОЛП. Кроме этого, разработчики всё в большей степени стараются использовать высококогерентные излучатели, а следовательно, спеклструктура сохраняется практически до приёмника.

Появление спекл-структуры само по себе не является достаточным условием для возникновения модового шума. Для его появления необходимо выполнение следующих двух требований: первое - в линии передачи должна быть точка(и), где осуществляется селекция мод (вынужденное преобразование энергии от одной моды к другой, [43]), второе – перед этой точкой должно иметь место действие какого-либо случайного возмущения, приводящего к некоторому временному изменению в распространении моды. Иными словами, вырисовывая на спекл-структуре ту или иную область, рис. 1.4, прим. области 1 или 2, можно получать заметные изменения оптической мощности в проходящем сигнале.



Рис. 1.4. Иллюстрация принципа поперечной селекции мод, приводящей к модовому шуму. Видно, что областями *l* и *2* ограничивается различная передаваемая оптическая мощность

Эти изменения проходящей мощности особенно значительны для систем с малым количеством направляемых мод (маломодовых систем), которыми и являются современные оптоволоконные устройства, применяемые в ВОЛП – по причине большого процента оптической мощности, переносимого каждой модой. Кроме этого, случайный характер модового шума будет определяться как вероятностным законом влияющей величины, действующей в области точки селекции мод, так и свойствами межмодовой интерференции.

Типичной причиной селекции мод может стать как недостаточно хороший оптический разъем, конструктивно-технологический дефект в оптоволоконном устройстве, световоде, так и *несогласованное построение* ВОЛП. Кратко прокомментировать последнее можно следующим образом. Кроме поперечной селекции мод, возможна аналогичная продольная селекция, возникающая из-за изменения параметров излучения (длины волны (см. выше), ширины спектра действием нелинейных эффектов, и т.д.) в процессе передачи оптического сигнала по оптоволоконной линии, содержащей сложные интерференционные или дифракционные устройства управления. В этом случае под несогласованным построением оптической линии следует понимать неудачный выбор режима излучения, в том числе типа источника с его конкретными техническими характеристиками, длины участка регенерации, определяющей мощность излучения, которая, возможно, приведёт к появлению в той или иной мере нелинейных эффектов, а также принципов построения устройств управления, использующихся на данном сегменте. При стечении ряда обстоятельств в такой линии возможно появление значительного модового шума. Подробнее данный эффект рассмотрен в гл. 4.

На практике основная часть ошибочно считываемых битов (ошибок), как правило, является результатом вклада некоторых звеньев из большого их числа, входящих в состав протяженной системы телекоммуникаций. Более вероятно, что реальные характеристики отлаженной системы связи будут определяться внешними возмущениями и помехами, а не внутренними источниками шума, которые должны ликвидироваться на этапе настройки и приработки. Внешние воздействия обычно приводят к появлению «пачек» ошибок, а не их стационарного случайного распределения, что и наблюдается в реальной практике эксплуатации ВОСП. Одним из достоинств волоконнооптических систем связи в отличие от электрических является то, что сама линия передачи обычно нечувствительна к таким помехам. Однако оконечная аппаратура чувствительнее к ним, так же, как и электрические схемы электропитания, которые могут составлять часть систем, входящих в оптическую линию передачи.

1.4. Базовые математические модели критериев работоспособности ВОСП

В научных монографиях, посвящённых аспектам разработки и построений систем связи, большое внимание уделено рассмотрению двух классов задач:

- разработке математических моделей, описывающих характеристики работоспособности системы передачи (прежде всего вероятность битовой ошибки) с учётом возможных влияющих факторов, и
- разработке принципов построения подсистем синхронизации для различных характерных каналов и сигналов синхронизации.

Способы построения систем синхронизации и оценки их эффективности подробно представлены в гл. 2 настоящей монографии. В приложении к задаче оценки работоспособности ВОСП как в [13, 14], так и в принятых сегодня нормативных документах, регламентирующих качество передачи, таких как [11, 12, 41, 42], по существу, оценивается единственный основополагающий критерий – вероятность ошибки считывания двоичных разрядов *PE*.

В одном из способов оценки, изложенном, например, в [13], величина *PE* представлена для случая, когда в системе действует аддитивный гауссовский шум. Для его рассмотрения удобно отнести флуктуации напряжения, наблюдающиеся на выходе усилителя приёмника, к эквивалентному числу пар носителей заряда, которые необходимо создать на фотодиоде, чтобы получить тот же самый результат на выходе. В случае теплового шума и шума усилителя эти действительные числа пар носителей заряда имеют гауссово распределение относительно среднего (или ожидаемого) значения. Так, мгновенное напряжение, которое подается на устройство регенерации цифрового сигнала в момент стробирования внутри данного тактового интервала, состоит из усиленного и отфильтрованного напряжения сигнала U_s и напряжения шума со среднеквадратичным значением U_b . Напряжение сигнала соответствует числу N пар носителей заряда, генерируемых оптическим сигналом, принимаемым в течение тактового интервала, а напряжение шума соответствует эффективным флуктуациям числа N, среднеквадратическое значение которых примем равным σ_b . Причём в данном подходе в указанных методиках предполагается идеальное соответствие длительностей тактовых интервалов в приёмнике и передатчике. Вероятность того, что общее напряжение на выходе $U_s + U_b$ в данный тактовый интервал соответствует k парам носителей заряда, созданным в фотодиоде при гауссовом распределении шума, определяется выражением

$$P(k|N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_b} \cdot \exp\left[-\left(N-k\right)^2 / 2\sigma_b^2\right]$$
(1.11)

Пусть число генерируемых пар носителей заряда равно среднему числу N при приёме логической 1 и нулю при приеме 0. Для упрощения анализа в [13] предполагается, что в обоих случаях шум одинаков и уровень порога в решающем устройстве установлен на половине регламентируемого значения напряжения, наблюдаемого при приёме логической единицы, т.е. $\hat{U} = U_s^{(1)}/2$, что соответствует N/2 парам носителей заряда. Определив отношение «сигнал/шум» S/N как отношение пикового значения сигнала при приеме 1 к среднеквадратическому значению шума, т.е. $S/N = U_s / U_b = N / \sigma_b$, считаем справедливым

$$PE = \frac{1}{2} \left[P(0|1) + P(1|0) \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=0}^{N/2} P(k|N) + \sum_{k=N/2}^{\infty} P(k|0) \right]$$
(1.12)

и, заменив суммирование интегрированием, можно записать:

$$PE = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_b} \cdot \left[\int_{0}^{N/2} \exp\left[-(N-k)^2 / 2\sigma_b^2 \right] \cdot dk + \int_{N/2}^{\infty} \exp\left[-k^2 / 2\sigma_b^2 \right] \cdot dk \right].$$
(1.13)

В силу симметрии два интеграла равны между собой, поэтому справедливо следующее:

$$PE = \frac{1}{\sigma_b \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{s/N/2}^{\infty} \exp\left(-\frac{U_s^2}{2\sigma_b}\right) \cdot dU_s \quad . \tag{1.14}$$

Вводя дополнительную функцию ошибок [13], получаем

$$PE = erfc\left(\frac{S/N}{2}\right) . \tag{1.15}$$

Значения функции y = ertc(x) табулированы [36, 37]. Ее график приведен на рис. 1.5. Из графика следует, что для обеспечения $PE < 10^{-9}$ необходимо иметь отношение «сигнал/шум» S/N > 12 дБ.



Рис. 1.5. Зависимость вероятности ошибки от отношения «сигнал/шум» при идеальной синхронизации в ВОСП

В этой области значений S/N кривая идет очень круто и поэтому не имеет технического смысла разрабатывать систему связи, обеспечивающую конкретное значение вероятности ошибок. Можно лишь определить значение отношения «сигнал/шум», необходимое для удовлетворения технических требований к допустимой вероятности ошибок в теоретической системе. Для этого добавляется запас по сигналу, необходимый для компенсации известных отклонений от теоретических предположений, и резервный запас для обеспечения надежности. Именно на этой основе в [13] предложено использовать значение S/N = 20 дБ вместо предписываемого теорией значения 12 дБ. Разница между ними представляет резервный запас системы связи.

Ситуация низкого уровня теплового шума, сравнимого со значением усиленного дробового шума, сложна для анализа на том же уровне строгости, согласно [13]. По мнению автора [13], причина состоит в необходимости использования различных функций плотности вероятности распределения случайного уровня дробового шума, учёта шумов других источников, а также в том, что уровень шума может зависеть от величины сигнала. При этом амплитудное распределение умноженного дробового шума на выходе лавинного фотодиода будет зависеть от статистик процессов генерации носителей заряда при лавинном умножении, которые недостаточно исследованы теоретически, согласно [13]. Тем не менее оправданием использования гауссовского закона при оценке параметра *PE*, вызванного действием шумов от различных возможных источников, служит тот факт, что при достаточно большом числе случайных величин все распределения приближаются к гауссовскому относительно своего среднего значения [5, 37]. Следовательно, полученное таким образом суммарное среднеквадратическое значение шума представляет собой приемлемое приближение в ряде случаев, без учёта, как упоминалось выше, временных факторов искажений сигнала. Если имеют место отклонения в форме кривой плотности вероятности распределения реально присутствующего шума от принятой в расчётах гауссовой формы (без изменения его среднеквадратических значений), то возможно, согласно [13], получение значительных расхождений теоретических положений и практических результатов. Прежде всего, возможны различия в расчетных уровнях взаимных помех между символами, которые в [13] оцениваются визуально по графической «глаз-диаграмме», что в конечном итоге приведёт к завышению значения штрафа по мощности. В [13] также качественно рассмотрен случай дробового шума лавинного фотодиода, сравнимого с тепловым, и модового шума в световодном линейном тракте. Показано, что шумы различных источников приводят к необходимости увеличивать значение SN для обеспечения требуемого коэффициента ошибок $PE \le 10^{-9}$.

Так как такой метод оценки конструктивных параметров, как «глаздиаграмма» в настоящее время достаточно широко применяется на практике в России, то в Приложении E дано его сравнительно доступное описание.

В [14] разработана математическая модель приёма импульсного сигнала для случая, если имеет место относительный временной сдвиг тактовых интервалов на приёме и передаче. В основу положен подсчет количества пар носителей заряда, которые попадают на фотодиод в течение сдвинутых интервалов, рис. 1.6. Получены математические выражения, характеризующие вероятность ошибок, для системы передачи с позиционно-импульсной модуляцией (ПИМ) и с амплитудной манипуляцией (АМ) типа «вкл.-выкл.». Последний тип модуляции является конечной стадией сигналов с амплитудной модуляцией, передаваемых в коде NRZ. Система передачи с ПИМ-сигналами соответствует линейному кодированию типа HDB3.



Рис. 1.6. Иллюстрация временного сдвига тактовых интервалов при детектировании сигналов: *1* – соседний тактовый интервал, *2* – текущий тактовый интервал передатчика, *3* – текущий тактовый интервал приёмника

При математическом моделировании процесса приёма в [14] сделано предположение, что неточность синхронизации приводит к относительному сдвигу тактовых интервалов, но не к изменению их абсолютных величин по отношению к номинальному значению Δt . Кроме этого, для обеих систем в [14] принято допущение о том, что процесс отсчета электронов подчиняется закону Пуассона, т.е. гауссов шум в системе отсутствует.

Таким образом, если в системе связи имеет место временной сдвиг Δ_{syn} , то начало и окончание работы декодирующего устройства смещены на Δ_{syn} от соответствующих моментов начала и конца двоичного знака, как показано на рис. 1.6. В результате этого в сигнальном отсчете содержится лишь часть энергии полезного сигнала, в то время как другая часть энергии сигнала может содержаться в отсчете соседнего интервала, вызывая тем самым межсимвольную интерференцию в виде ослабления полезной энергии. Степень интерференции зависит от формы соседнего двоичного знака, т.е. от того, содержит или не содержит он сигнальную энергию. Для положительного временного сдвига ($0 < \Delta_{syn} < \Delta t/2$) в [14] представлена оценка статистики отсчета при различных сочетаниях двоичных знаков, следующих один за другим, и равновероятной посылке логических 1 и 0:

$$PE(\mu) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k_1=0k_2=k_1}^{\infty} \gamma_{k1k2} \cdot Pos[k_1, U_s \cdot (1-\mu) + U_b] \cdot Pos[k_2, U_s \cdot \mu + U_b] + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{k1k2} \cdot Pos[k_1, U_s \cdot (1-\mu) + U_b] \cdot Pos[k_2, U_b] + \frac{1}{4} \cdot \sum_{k_2=0k_2=k_1}^{\infty} \gamma_{k1k2} \cdot Pos[k_1, U_s \mu + U_b] \cdot Pos[k_2, U_s + U_b].$$
(1.16)

В (1.16) $\mu = 2\Delta_{syn}/\Delta t$, U_s и U_b - величины, пропорциональные энергии сигнала и шума на интервале $\Delta t/2$, [дБ], γ_{k1k2} – некоторая неотрицательная величина, принадлежащая интервалу [0, 1], введена автором [14]; функция распределения Пуассона: $Pos(m,\aleph) = [(\aleph t)^m/m!] \cdot e^{-\aleph t}$. Вероятность ошибки при отрицательных временных сдвигах идентична представленному выражению с той разницей, что величину относительного временного сдвига следует выразить в виде $\mu = 2 |\Delta_{syn}|/\Delta t$.





Заметим, что погрешности синхронизации всегда приводят к уменьшению энергии полезного сигнала и к увеличению энергии шума в отсчете; конечным результатом этого является возрастание вероятности ошибки. Графики вероятности ошибки для системы связи с ПИМ-сигналами для положительных временных сдвигов показаны на рис. 1.7. Из графиков следует, что с увеличением Δ_{syn} вероятность ошибки относительно быстро возрастает (качество работы системы связи быстро ухудшается). Система полностью выходит из строя, когда $|\Delta_{syn}| \cong 0.5(\Delta t/2)$. Этот вывод показывает, что даже с увеличением энергии сигнала U_s можно все же ожидать относительно резкого ухудшения эффективности системы при значительном временном сдвиге тактовых интервалов.

Рассмотрим теперь систему связи с амплитудной манипуляцией. Если в декодирующем устройстве для принятия решения по двоичному знаку используется пороговый тест, то на принятие решения о фактически переданном двоичном знаке, как и в предыдущем случае, оказывает влияние соседний двоичный знак (последующий двоичный знак, когда $\Delta_{syn} > 0$, или предыдущий двоичный знак, когда $\Delta_{syn} < 0$). Если учесть четыре возможные комбинации передаваемого и соседнего двоичных знаков, то полная вероятность ошибки будет следующая:

$$PE(\mu) = \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=0}^{k_{T}} \gamma_{k,k_{T}} \cdot Pos[k, U_{s} + U_{b}] + \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=k_{T}}^{\infty} \gamma_{k,k_{T}} \cdot Pos[k, U_{b}] + \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=0}^{k_{T}} \gamma_{k,k_{T}} \cdot Pos[k, U_{s} \cdot (1-\mu) + U_{b}] + \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=k_{T}}^{\infty} \gamma_{k,k_{T}} \cdot Pos[k, U_{s} \mu + U_{b}] \cdot$$

$$(1.17)$$

где k_т - пороговый отсчет.

Вновь видно, что влияние неточности синхронизации может быть интерпретировано как уменьшение энергии сигнала и увеличение энергии шума в системе с идеальной синхронизацией. Кроме этого, согласно выражению (1.17), слагаемые составляющих вероятностей зависят от выбора значения порогового отсчета k_{τ} . При выборе порога на половине от номинального значения уровня логической единицы на рис. 1.8 представлены графики вероятности ошибки для системы с АМ-сигналами в зависимости от значений нормированного временного сдвига и нескольких значений параметров U_s и U_b. Как видно из рис. 1.8, эти графики подобны графикам, полученным для системы связи с ПИМ-сигналами, исключая то, что их спад здесь более крутой и кривые пересекаются. При малых временных сдвигах увеличение параметра U_s уменьшает вероятность ошибки; однако при больших временных сдвигах справедливо обратное. В пределе, по мере того как $U_s \rightarrow \infty$, даже при $k_T \rightarrow \infty$, последнее слагаемое в (1.17) очень точно приближается к единице при любых $\mu \neq 0$. Поэтому результирующая вероятность ошибки становится равной 0,25 (этот график показан на рис. 1.8 при $U_s \rightarrow \infty$). Поведение всех кривых на рис. 1.8 может быть объяснено тем фактом, что для оптимизации системы с АМ-сигналами необходимо выбрать соответствующий порог, а временные сдвиги (из-за неточной синхронизации) приводят к изменениям величины отсчетов сигнала и шума, что, в свою очередь, приводит к реализации лишь субоптимального режима [14]. Поскольку величины указанных отсчетов (сигнальных и шумовых) имеют большой разброс относительно расчетных значений, конечная эффективность системы связи несколько ухудшается.



Рис. 1.8. Графики вероятности ошибки в системе связи с АМ-сигналами при увеличении относительного сдвига тактовых интервалов

Следует заметить, что известные математические модели процесса приёма цифрового сигнала [13, 14] применимы лишь к сравнительно небольшой области задач. Во-первых, в подавляющем большинстве современных устройств связи применяются быстродействующие полупроводниковые приборы с низкой инерционностью и низким уровнем шума. Минимизация теплового шума может приводить к ситуации, когда уровень последнего оказывается сравнимым с уровнем шумов других источников, искажая принятую в расчётах гауссову форму. Для снижения расхождения теоретических и практических результатов, которые будут иметь место в таком случае, необходимы другие подынтегральные выражения в (1.14), (1.16) и (1.17). Во-вторых, значительный вклад в задержку такта вносит не инерционность полупроводниковых приборов, а недостаточная точность синхронизации конкретного (определённым образом расположенного) мультиплексора и ГСЭ. Причём, кроме задержки такта, реально имеет место изменение его длительности, меняющееся со временем, которое зависит также и от номера ГСЭ в синхронизируемой цепочке.

Большое количество монографий [7, 10, 25, 31] и другие, посвящено изучению вопросов моделирования дискретных и непрерывных каналов передачи с целью выявления оптимальных способов кодирования передаваемых сигналов и выбора алфавита источника с учетом шумов. Решается задача нахождения истинного состояния источника y_s по множеству наблюдаемых случайных процессов $Y{y_s}$ в приёмнике. Основные правила, по которым делается вывод о переданном символе в зависимости от принятого случайного процесса, определяются:

- выбором алфавита источника множеством задаваемых состояний [y_s];
- методами кодирования, т.е. преобразования состояний y_s источника в соответствующие состояния линии \hat{y}_s ;
- системой проверки гипотез, т.е. методами нахождения наибольшей ус-

ловной вероятности $P_{\max}(Y\{y_s\} \mid y_s)$.

Решается задача наилучшего определения состояния источника при заданных основных правилах и использовании имеющихся наблюдаемых отсчетов, рассчитывается достоверность окончательного решения для разнообразных вариантов. Исследуются алгоритмы поиска - процесса сведения проверки многих гипотез к последовательности проверок двух гипотез. Рассматриваются задачи оптимального принятия решений в соответствии со значениями P(1 | 1), P(1 | 0), P(0 | 1) и P(0 | 0). В [31] представлены математические модели непрерывных и дискретных каналов при множестве возможных сигналов на входе и выходе, анализируются вероятностные меры на множестве сигналов на выходе. Рассмотрен класс каналов с памятью, в которых сигналами на входе являются последовательности букв из конечных алфавитов, но каждая буква последовательности на выходе может статистически зависеть не только от соответствующей буквы входной последовательности. Исследуется кодирование источника для минимизации среднего числа кодовых букв на букву источника при условии, что буквы источника можно восстановить по кодовой последовательности. Осуществляется поиск минимального числа двоичных символов на букву источника или на единицу времени, требуемых для кодирования источника так, чтобы по кодовой последовательности можно было восстановить сообщение, удовлетворяющее заданному критерию верности. Развитая теория применима к задачам квантования, преобразования «аналог-цифра», сжатия полосы частот и редукции данных.

В настоящей монографии не затрагиваются вопросы выбора алфавита источника, методов кодирования символов и проверки гипотез о каком-либо переданном сообщении в случае, если в приёмнике реализован некоторый случайный процесс. Прежде всего это связано с регламентируемыми НТД режимами работы широко распространённых сегодня систем телекоммуникаций. Как уже отмечалось, алфавит ВОСП состоит из двух состояний: логического нуля и логической единицы. Принятый код в оптоволоконном линейном тракте, согласно [17], соответствует НDB2, HDB3 или коду Миллера. Таким образом, известные математические модели цифровых систем передач оказываются недостаточно эффективными при проектировании современных оптоволоконных сетей из-за отсутствия учёта ряда факторов. Вопросы оценки надёжности, ресурса, организации сетей с учётом влияния внешних воздействующих факторов и пр. в литературе практически не проработаны.

1.5. Статистический подход к математическому моделированию процесса приёма цифрового сигнала

Цель математического моделирования – в прогнозировании значений тех конструктивных параметров системы передачи, которые, с одной стороны, наиболее выгодны разработчикам, с другой стороны, позволяют обеспечить качество и надёжность передачи, регламентируемые НТД. Например,